

Mesure des angles

Table des matières

Chapitre I. Définitions..... 5

 Introduction..... 5

1. Angle horizontal..... 5

2. Angle vertical..... 6

Chapitre II. Instruments de mesure..... 9

1. Organes principaux d'un théodolite..... 9

2. Bilan des erreurs..... 18

3. Processus d'observation..... 22

Définitions

Introduction



▲ IMG. 1 : CERCLE HORIZONTAL RÉPÉTITEUR

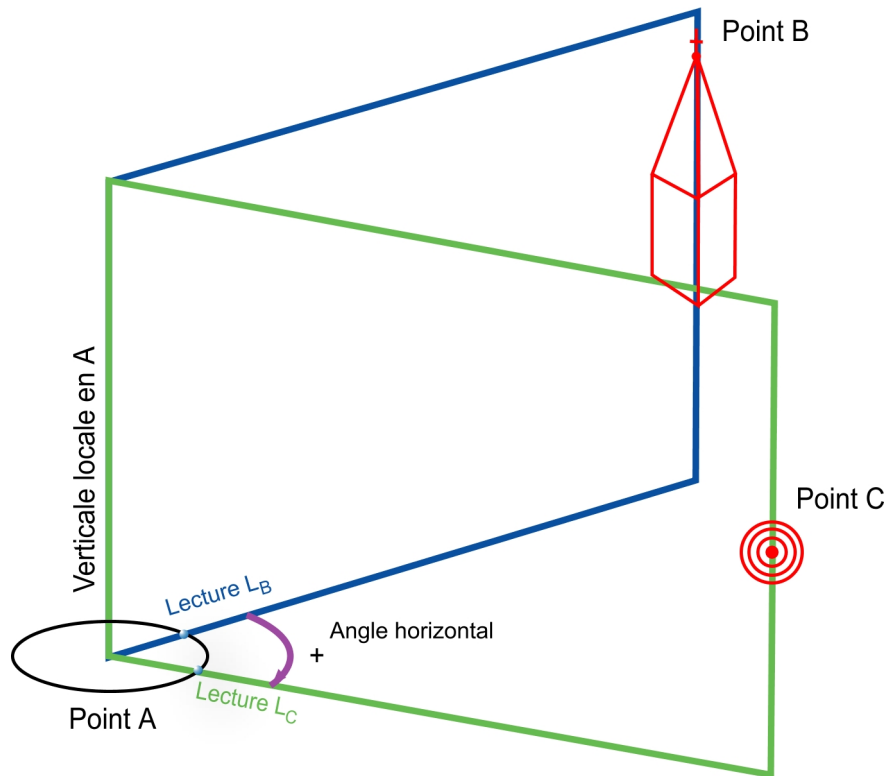
Dans l'histoire du positionnement les instruments de mesures d'angles occupent une place privilégiée. La détermination des longitudes et latitudes astronomiques a été essentiellement basée sur la mesure d'angles horizontaux et verticaux, associée à des mesures de temps. Pendant longtemps la précision de ces mesures angulaires a été largement supérieure à celle des instruments de mesures de distances. Il a fallu attendre l'apparition des appareils électroniques de distances dans les années 1980 pour voir s'inverser cette tendance.

1. Angle horizontal



Rappel

L'angle horizontal observé à l'aide d'un théodolite est un angle plan¹, compté positivement dans le sens horaire. La lunette d'observation pivote dans un plan vertical, quelque soient les positions altimétriques de A et B, l'angle observé est identique " AH ".



▲ SCH. 1 : ANGLE HORIZONTAL



Explication

¹ Angle plan d'un dièdre formé par la verticale locale et les 2 points visés

En pratique cet angle est calculé par différence de lectures effectuées sur un cercle horizontal gradué de 0 à 400 grades dans le sens des aiguilles d'une montre appelé " limbe ".

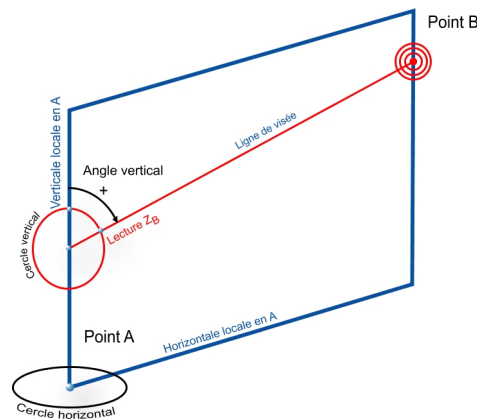
$$AH_{(BC)} = l_C - l_B$$

2. Angle vertical



Rappel

L'angle vertical est un angle, mesuré dans un plan vertical, entre la verticale en A et la ligne de visée vers l'objet " B ". L'origine de cet angle peut être le zénith, on parlera alors d'angle zénithal ou de distance zénithale (astronomie), mais aussi le plan horizontal en A, on parlera alors d'inclinaison ou de site.



▲ SCH. 2 : ANGLE VERTICAL

Dans les cours de topométrie cet angle est appelé indifféremment :

- ◆ Angle vertical de A vers B
- ◆ Angle zénithal de A vers B
- ◆ Distance zénithale de A vers B
- ◆ Zénithale de A vers B

La ligne de visée peut également être caractérisée par l'angle mesuré à partir du plan horizontal local et dénommé angle de site ou inclinaison, noté i . La valeur numérique de cet angle peut être également donnée sous la forme de sa pente exprimée en %.



Relation entre distance zénithale, site et pente :

$$Dz + i = \frac{\pi}{2} \text{ avec } Dz \in [0, \pi] \text{ et } i \in \left[-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2} \right]$$

$$p(\%) = 100 \cdot \tan i = 100 \cdot \cot Dz$$

Instruments de mesure

1. Organes principaux d'un théodolite

Les éléments principaux constitutifs d'un théodolite sont les suivants :

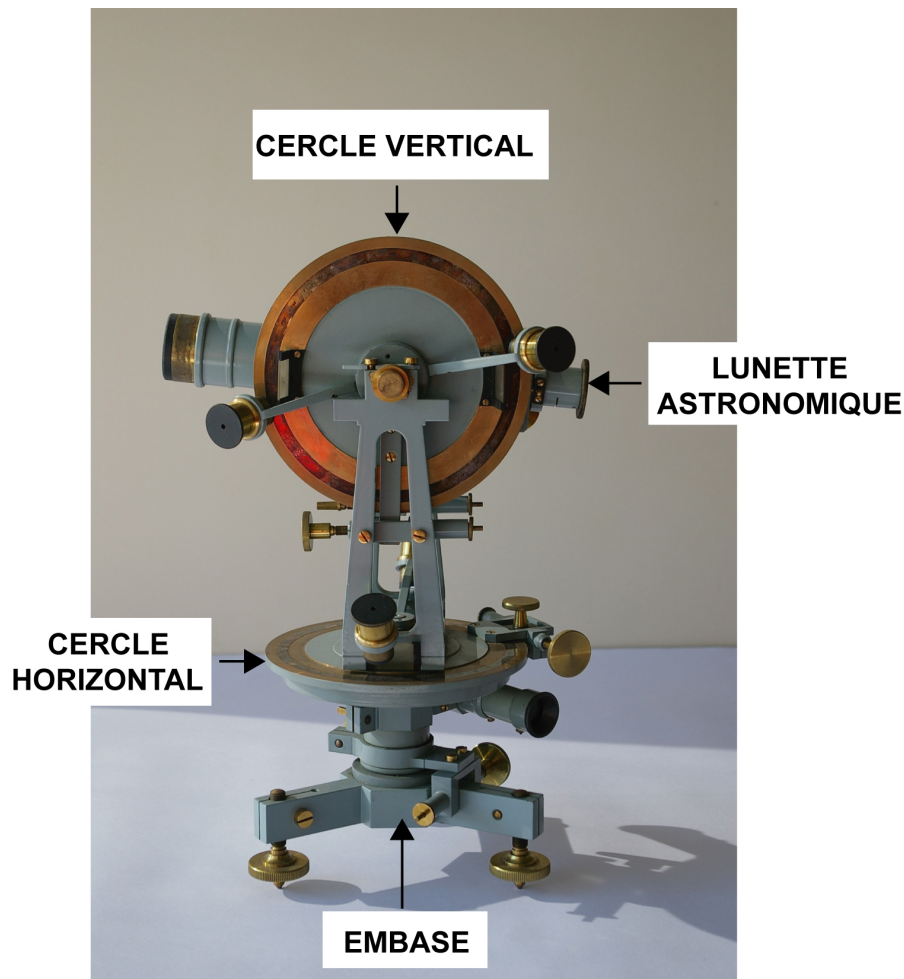
3 axes concourants

- ◆ Axe principal ou pivot matérialisant la verticale de l'instrument.
- ◆ Axe de basculement ou axe des tourillons.
- ◆ Axe optique défini par la lunette de visée.

2 cercles gradués

- ◆ Cercle horizontal.
- ◆ Cercle vertical

1 dispositif de centrage et de mise à la verticale du pivot.



▲ IMG. 2 : ORGANES DE BASE D'UN THÉODOLITE

[] [Les organes de base d'un théodolite sont particulièrement visibles sur les appareils anciens.]

1.1. Système de centrage/verticalisation



Objectifs

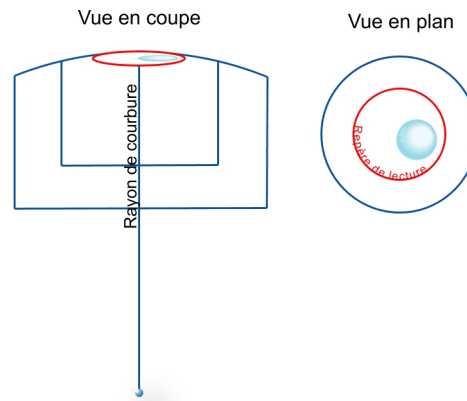
- ◆ Assurer la verticalité approchée de l'axe principal des instruments de mesures (théodolites, voyants, prismes).
- ◆ Centrer cette verticale sur un repère matérialisé au sol.



Moyens

VERTICALITE APPROCHEE

- ◆ A l'aide d'une bulle sphérique



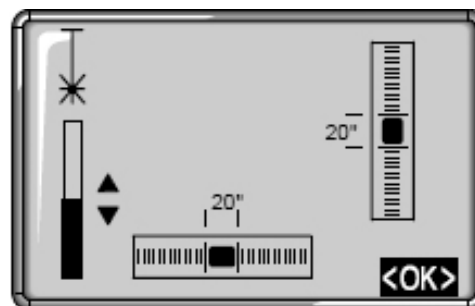
▲ SCH. 3 : BULLE SPHÉRIQUE

Une bulle sphérique de rayon de courbure $\approx 2\text{m}$ est montée sur une embase munie de vis "calantes". Le rayon de courbure est calculé afin qu'une incertitude de calage de la bulle à l'intérieur de son repère de lecture provoque une incertitude résultante à $\approx 2\text{m}$ négligeable pour effectuer l'étape suivante le centrage.

[2 Ces vis permettent de verticaliser l'axe principal du théodolite]

◆ A l'aide d'une nivelle électronique

Sur les appareils modernes la bulle sphérique est remplacée par une nivelle électronique (basée sur des mesures d'inclinométrie) qui, une fois calée entre ses repères, assure la verticalité approchée de l'appareil.



▲ IMG. 3 : NIVELLE ÉLECTRONIQUE

DISPOSITIF DE CENTRAGE

- ◆ Fil à plomb
- ◆ Plomb optique
- ◆ Plomb laser
- ◆ Appareils spécifiques

Un des dispositifs ci-dessus entre en jeu pour effectuer le centrage des instruments de mesures

Chaque dispositif de centrage nécessite l'utilisation d'une méthode appropriée pour obtenir la verticalité des instruments et le centrage sur le point de mesure.

Méthode de centrage au plomb optique

1. Pré-centrer à 1 ou 2 cm près à l'aide d'un fil à plomb.
2. Avec les vis calantes de l'embase du voyant (ou théodolite) amener le réticule du plomb optique sur le repère: la bulle sphérique (ou autre) n'est plus alors dans ces repères.
3. Au moyen des jambes coulissantes du trépied, ramener la bulle sphérique entre les repères et recommencer en (2), 2 ou 3 itérations suffisent.



Remarque

Cette méthode pré suppose que la nivelle sphérique est réglée, c'est à dire que lorsque la bulle est au centre du repère de lecture, la direction indiquée par le plomb optique est bien la direction verticale. Dans le cas contraire il faudra au préalable corriger ce défaut en utilisant un plomb optique tournant par exemple.

1.2. Système de calage fin de l'axe principal



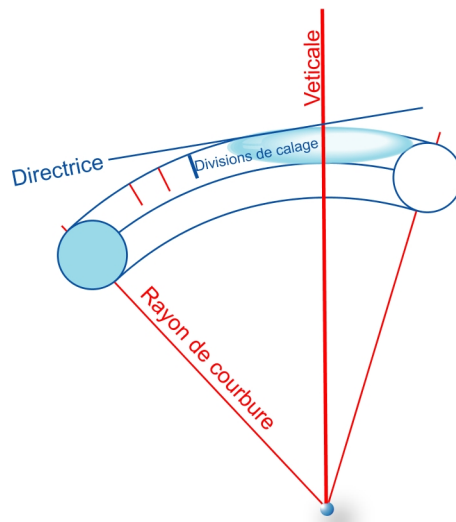
Objectifs

Rendre l'axe principal de l'instrument vertical.



Moyens

A L'AIDE D'UNE NIVELLE TORIQUE



▲ SCH. 4 : NIVELLE TORIQUE

- ◆ Elle est constituée d'un tore comprenant un liquide (alcool, éther) et une bulle de vapeur saturante.
- ◆ La fiole pivote sur une partie fixe associée à une vis de réglage.
- ◆ On appelle directrice la droite tangente au milieu des graduations de calage.

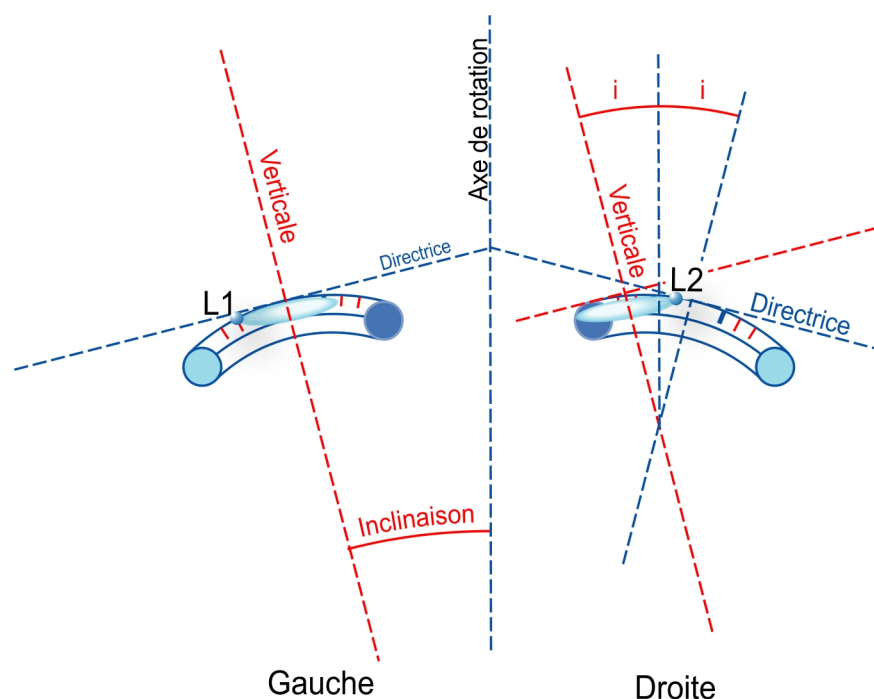
- ◆ la nivelle est calée si la bulle est entre ces repères (la directrice n'est pas forcément à l'horizontale).
- ◆ la nivelle est réglée si, lorsque la bulle est calée, la directrice est horizontale.



Méthode

Bien que moins nécessaire sur les appareils modernes munis de dispositifs de correction sur les mesures, il est utile de connaître la manière de rendre vertical un appareil :

- ◆ *Horizontaliser une direction :*

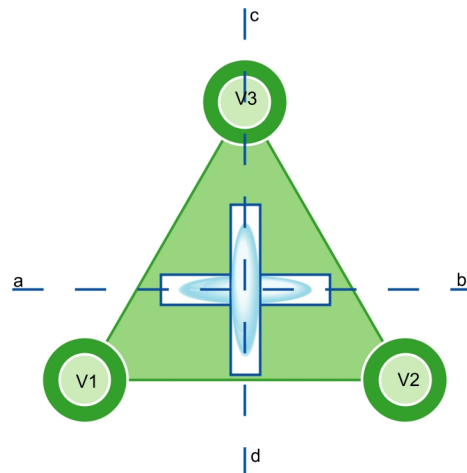


▲ SCH. 5 : INCLINAISON AXE VERTICAL

Effectuer la lecture de bulle position Gauche ou Droite (L1) puis effectuer le retournement à 200 g.(double retournement).

Lire ensuite en position Droite ou Gauche (L2). L1 et L2 s'effectuant par rapport à une origine identique (en général par rapport au cercle vertical). On "ramène" la bulle à $(L1 + L2) / 2$ au moyen des vis calantes: i s'annule et l'axe est ainsi rendu vertical.

- ◆ *Horizontaliser un plan*



▲ SCH. 6 : VIS CALANTES

Pour un théodolite muni de 3 vis calantes (V) agir sur (V1 et V2) dans le sens contraire afin d'horizontaliser la direction ab (en la faisant pivoter autour de l'axe cd) puis agir uniquement sur V3 pour horizontaliser ensuite la direction cd.

◆ *Appareils modernes*

Sur les théodolites munie de un ou deux inclinomètres il n'est plus nécessaire de rendre l'axe principale parfaitement vertical. Les données des inclinomètres sont mesurées en permanence, et permettent de corriger les mesures angulaires horizontales et verticales en temps réel.

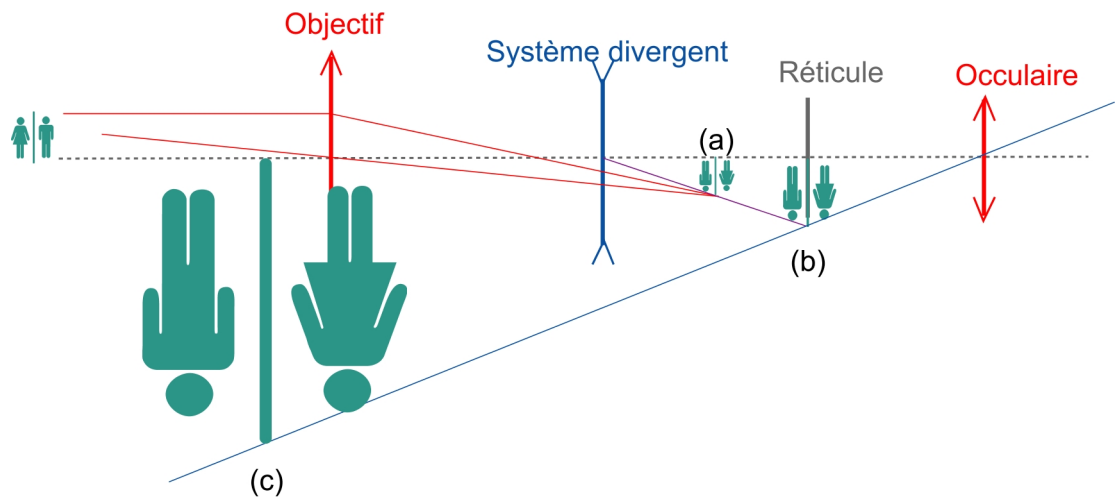
1.3. *Système de visée*



LUNETTE ASTRONOMIQUE

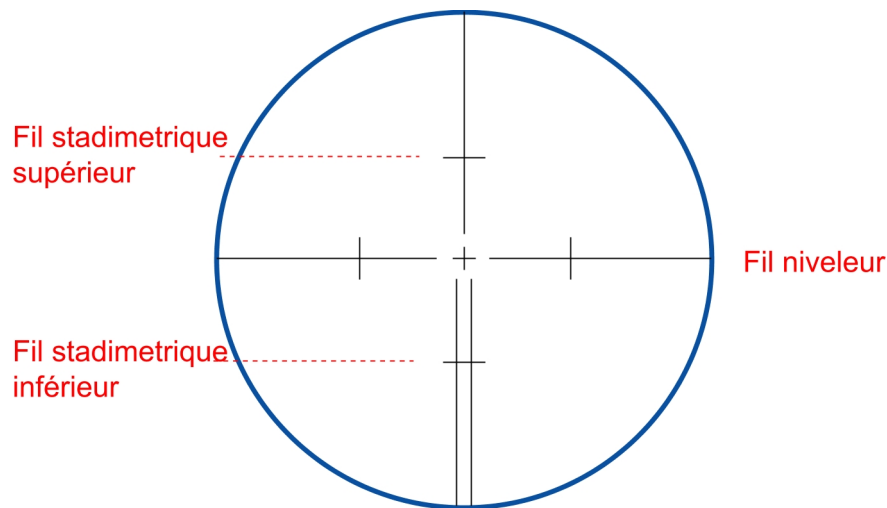
Il ne s'agit pas d'un cours d'optique, mais de définir quelques concepts très simples sur la manière de comprendre et de régler la lunette d'un théodolite.

La lunette astronomique est très schématiquement définie par un oculaire, un réticule, un système divergent et un objectif.



▲ SCH. 7 : LUNETTE ASTRONOMIQUE

- ◆ La Ligne de visée : c'est la ligne définie par la droite joignant l'œil, le centre du réticule, le centre de l'objectif et l'objet.
- ◆ Objectif : c'est une lentille convergente de focale $F \gg 20$ cm destinée à collecter la lumière en provenance de l'objet visé. De diamètre environ 40 mm; Elle donne de l'objet une image (a) (croquis ci dessus)
- ◆ Système divergent : c'est un ensemble mobile de lentilles. Ce système permet de déplacer l'image (a) de l'agrandir, de réduire la longueur de la lunette donc la hauteur des tourillons, de permettre un meilleur basculement autour de l'axe des tourillons, et un meilleur équilibrage de la lunette. L'image réelle objective (a) est transformée en une image (b), au voisinage de laquelle on trouve le réticule.
- ◆ Réticule : c'est une lame à face parallèle solidaire du corps de la lunette, mais éventuellement réglable; des traits d'épaisseur de 3 à 5 mm sont gravés sur cette lame de verre. On trouve plusieurs types de réticule selon qu'il s'agisse de niveau ou de théodolite. Ces réticules sont composés de différents « fils » simples de bisection, doubles d'encadrement, « stadimétriques » pour des mesures de distance, niveleurs pour des visées horizontales.

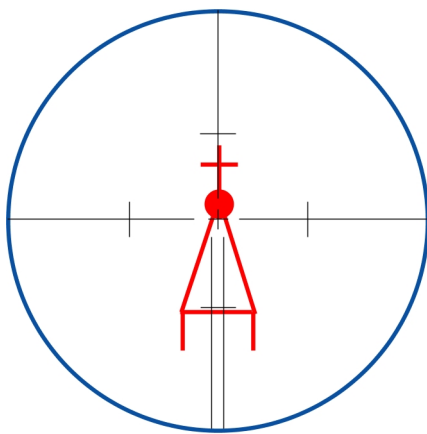


▲ SCH. 8 : RÉTICULE

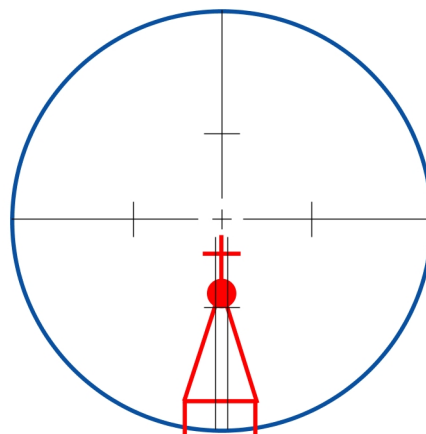
- ◆ Oculaire : c'est un système mobile de lentilles convergentes qui fait office de "loupe" pour agrandir les images et en faire une image virtuelle (c), (b) étant situées entre la lentille et son foyer objet. La focale f est très petite, de l'ordre de 1 cm. Son diamètre est petit (7 à 8 mm) voisin de la pupille de l'œil.

Pointés

Pointé par bissection



Pointé par encadrement



▲ SCH. 9 : TYPES DE POINTÉS

La manière d'effectuer le pointé dépend de la taille de l'objet ; il faut donc que l'œil puisse juger par symétrie. On recommande en général de pointer par "encadrement", mais encore faut-il que l'image permette d'apprécier raisonnablement la symétrie des écarts aux deux fils. Si ce n'est pas le cas, on pointe par "bissection" avec la même réserve. Le meilleur étant d'utiliser les deux méthodes simultanément si l'objet le permet.

Précision du pointé

Elle n'a rien à voir avec la résolution instrumentale voisine actuellement de 0,5dmgr. Elle dépend de beaucoup de facteurs externes :

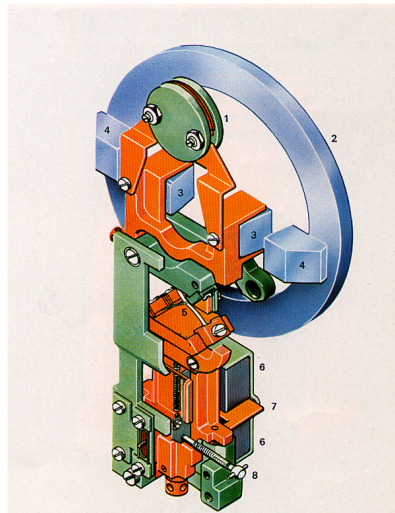
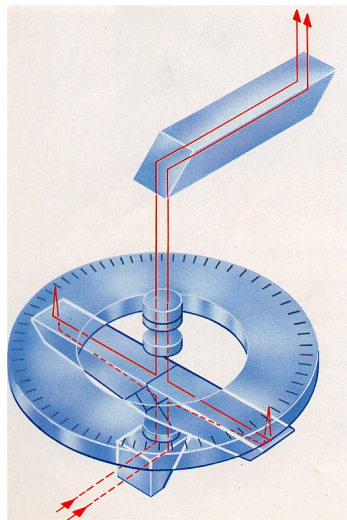
- ◆ Eclairage du point (partie ombrée invisible : phase).
- ◆ Forme de l'objet.
- ◆ Conditions atmosphériques (réfraction verticale, latérale).
- ◆ Distance de l'objet.
- ◆ Vision de l'opérateur et son habilité, grossissement de la lunette.

1.4. Systèmes de lecture

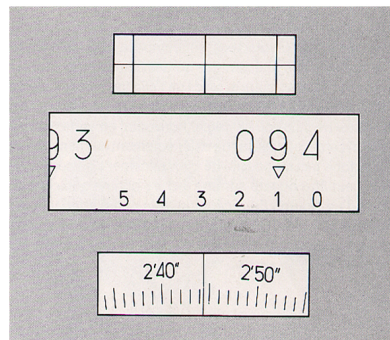
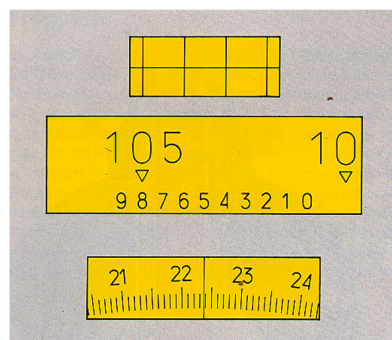


APPAREILS ANCIENS

Les appareils anciens sont munis de deux cercles en verre appelé limbes. L'observation de ces limbes permet d'effectuer des lectures d'angles horizontaux et verticaux. La lecture sur ces limbes s'effectue au moyen d'un dispositif d'affichage muni d'un micromètre.



Dispositif d'affichage des lectures et de fin pointé au micromètre



APPAREILS MODERNES

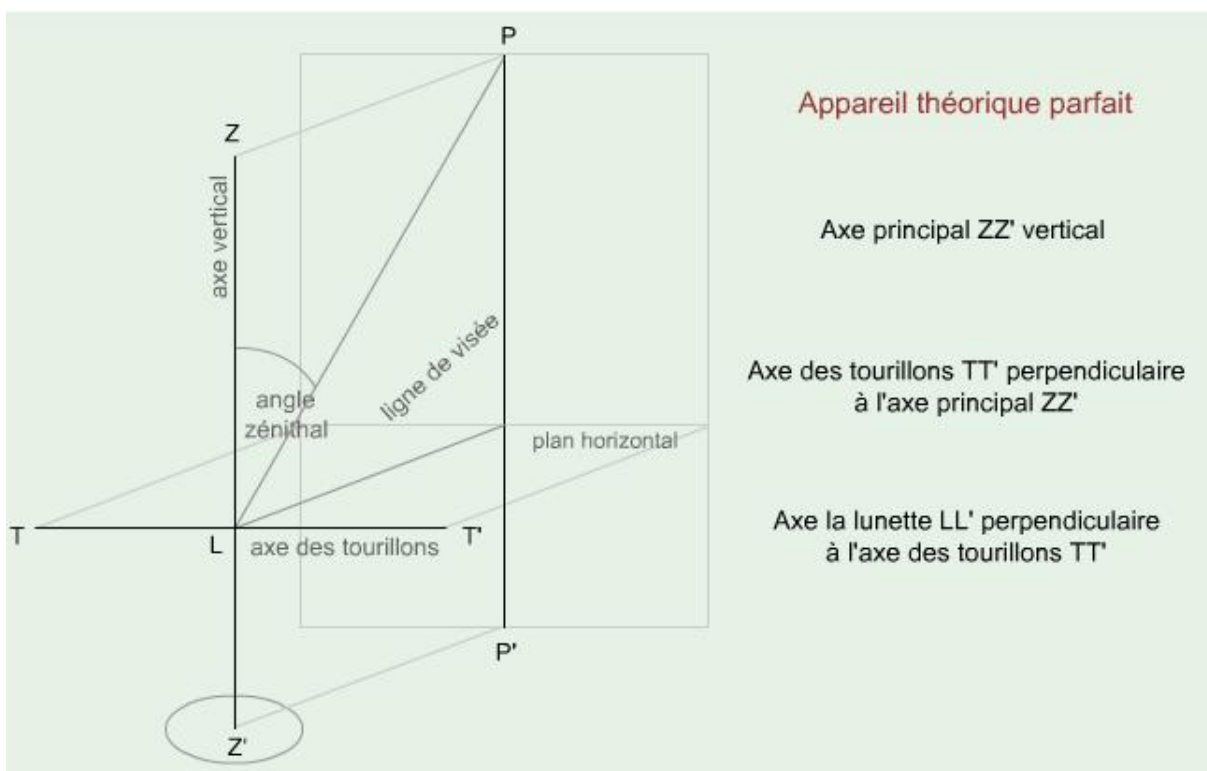
Des progrès considérables dus à l'électronique et à l'optique ont, en l'espace de quelques années, transformé les théodolites en véritable ordinateur de terrain. Les erreurs les défauts mécaniques de l'instrument sont pris en compte et corrigés avant l'affichage des mesures.



ATTENTION

S'il s'agit d'appareils confortables, précis, sûrs, ils doivent faire cependant l'objet de contrôles réguliers.

2. Bilan des erreurs

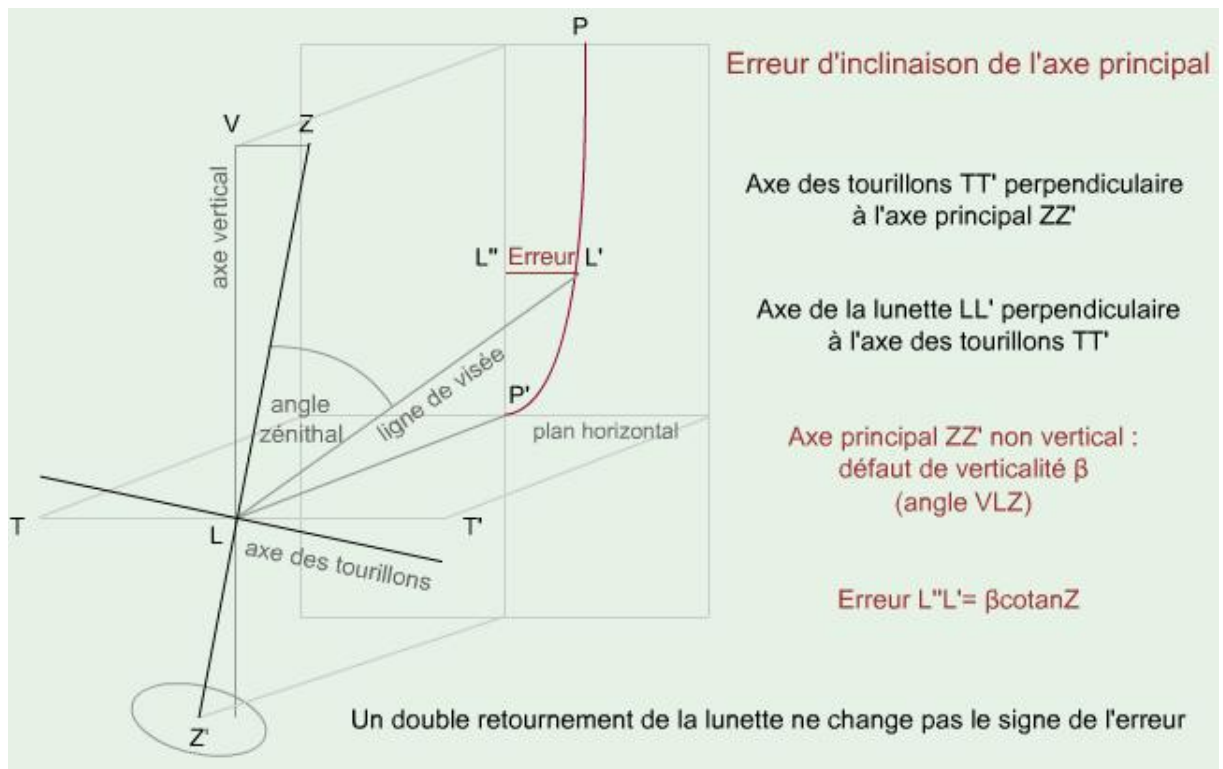


▲ IMG. 5

2.1. Défaut de verticalité de l'axe principal

- ♦ L'axe principal n'est jamais parfaitement vertical. Il subsiste un défaut de verticalité qui provoque une erreur sur la mesure de l'angle horizontal :

$$\text{Erreur de verticalité} : \varepsilon_{(radians)} = \beta_{(radians)} \cdot \cot Dz$$



▲ IMG. 6 : DÉFAUT DE VERTICALITÉ DE L'AXE PRINCIPAL

* *

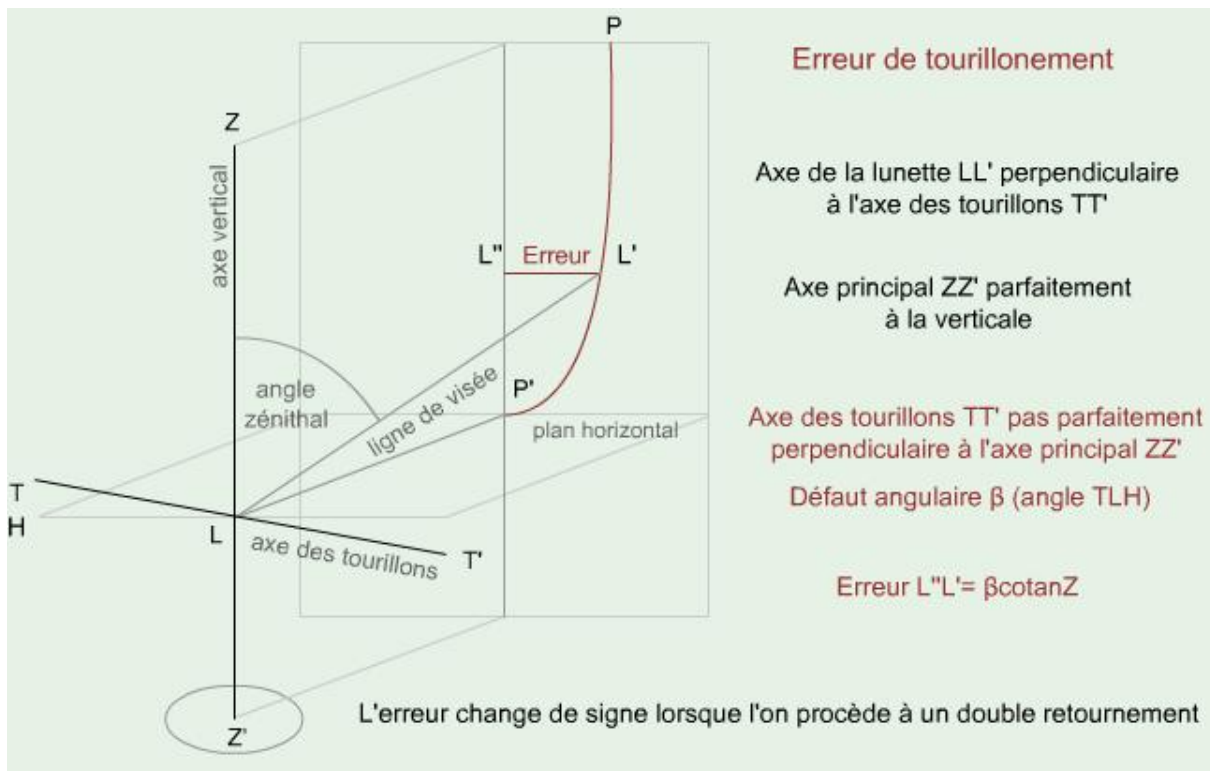
*

2.2. Erreur de tourillonnement

- ♦ L'axe des tourillons TT' n'est pas rigoureusement perpendiculaire à l'axe principal. IL subsiste un défaut de perpendicularité β qui provoque une erreur sur la mesure de l'angle horizontal ε :

Elle n'a pas d'incidence lorsque la lunette est horizontale, mais augmente en fonction du site.

$$\text{Erreur de tourillonnement : } \varepsilon_{(radians)} = \beta_{(radians)} \cdot \cot Dz$$



▲ IMG. 7

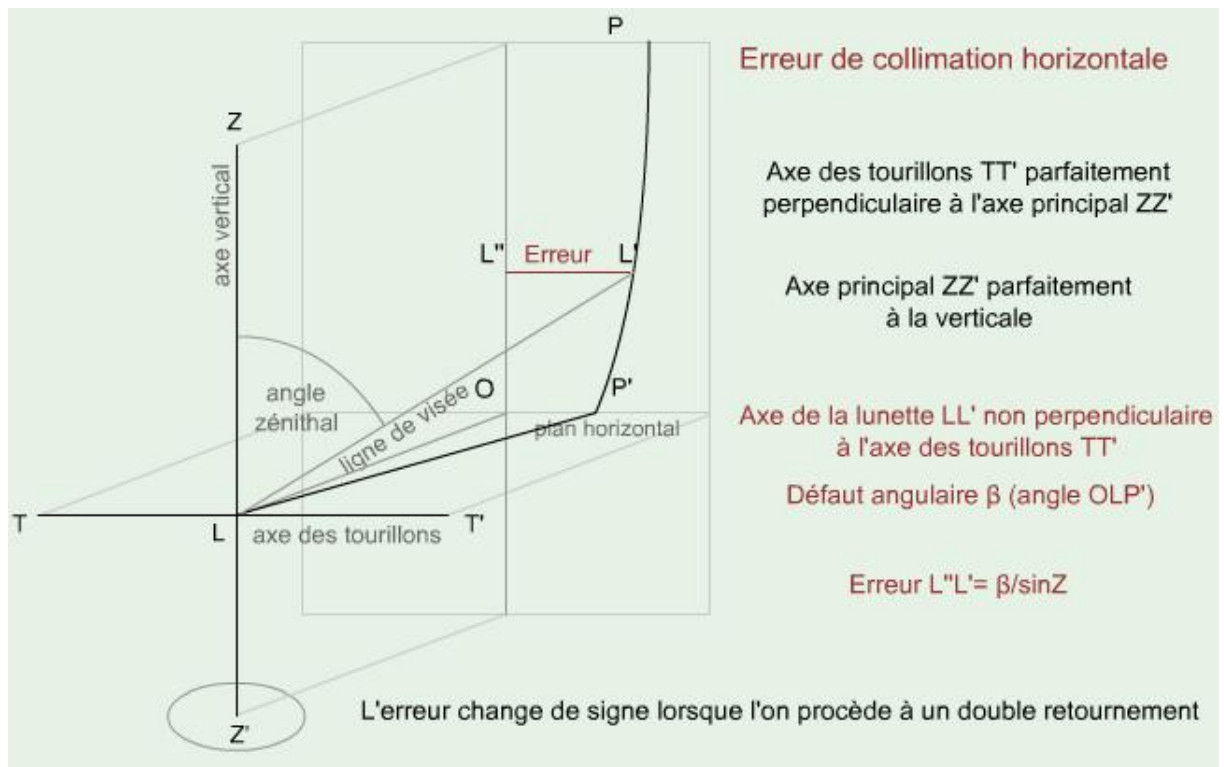
* *

*

2.3. Erreur de collimation horizontale

C'est le défaut de perpendicularité de l'axe optique avec l'axe des tourillons. Sur le plan horizontal, la lunette est décalée d'un angle β .

$$\text{Erreur de collimation horizontale : } \varepsilon = \frac{\beta}{\sin Z}$$



▲ IMG. 8

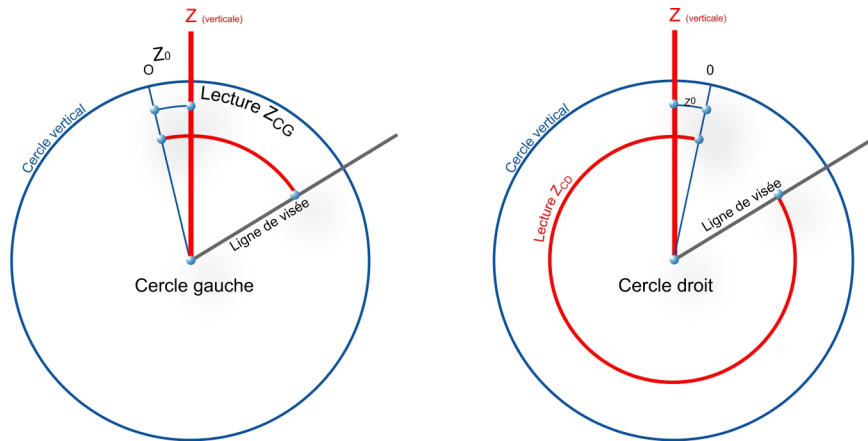
* *
*

2.4. Erreur de collimation verticale

La mesure de la distance zénithale "Z" s'effectue sur un limbe (cercle) vertical, associé à son propre système de verticalisation utilisant soit :

- ◆ Une bulle dont on mettra en général les deux extrémités en coïncidence.
- ◆ Un système de prismes pendulaires dits « automatique » :
- ◆ Un inclinomètre vu précédemment sur les appareils électroniques.

Quoi qu'il en soit, l'origine de lecture doit parfaitement être sur la verticale physique réelle de l'instrument, ce qui n'est jamais le cas. Cette origine présente un défaut de verticalité Z_0 (Zénithale de l'origine)



▲ SCH. 10



Définition

On appelle cercle directeur, le cercle dont les graduations augmentent en même temps que la valeur de la distance zénithale (par exemple la position C1 sur les appareils électroniques de type AGA, ou le cercle gauche des T2). C'est en général la position où le clavier (lorsqu'il n'est pas double) est face à l'opérateur.

L'horizontale est donnée par la valeur voisine de 100 grades, alors qu'elle vaut 300gr dans l'autre position.



Méthode

Détermination de Z_0

On procède par *double retournement* : (voir croquis ci-dessus)

- ◆ En position C1 - on vise un repère « R », on lit

$$Z_1 \Rightarrow z_{reelle} = z_1 - z_0$$

- ◆ on tourne la lunette de 200g autour de l'axe principal, puis de 200g autour de TT' (axe des tourillons) pour viser de nouveau « R » ; le limbe vertical n'a effectué qu'une seule rotation, l'origine o est placée alors symétriquement autour de l'axe principal :

$$\text{alors } z_{reelle} = 400 - (z_2 - z_o) \text{ d'ou } z_0 = \frac{z_1 + z_2 - 400}{2} \text{ et } z_{reelle} = z_1 - z_0$$

3. Processus d'observation

Le processus d'observation doit tenir compte des erreurs précédemment étudiées.

Il doit :

- ◆ Minimiser les erreurs accidentelles.
- ◆ Corriger ou éliminer les erreurs systématiques.

Celles-ci s'effectuent par succession de séquence "cercle droit" - "cercle gauche". Il est important d'effectuer à chaque séquence des "fermetures" afin contrôler la stabilité de l'appareil. Cette fermeture consiste à remesurer le premier point visé, l'écart entre la première valeur et la seconde est appelé écart de fermeture de la séquence.

Exemple de processus pour un théodolite ancien type T2 (principe de réitération à 4 séquences)

On observe en général à 2 pointés, ce qui paraît suffisant, par rapport à la précision

Les observations sont ensuite réduites pour fournir un tour d'horizon ou sont calculées les moyennes des paires de séquences réduites sur la même référence.

On observe en général à 2 pointés, ce qui paraît suffisant, par rapport à la précision.

Position du cercle	D	G	G	D
Lecture au limbe	0	100	50	150
Lecture des appoints	50	500	250	750

▲ TAB. 1

Les observations sont ensuite réduites pour fournir un tour d'horizon ou sont calculées les moyennes des paires de séquences réduites sur la même référence.

Exemple de processus pour un théodolite numérique

◆ Travaux de grande précision

On effectuera 2 séquences (une Droite et une Gauche), avec « fermeture » du tour d'horizon. Autant que faire se pourra chaque visée comportera plusieurs pointés suivant la nature du point visé si l'on souhaite conserver une précision correspondant à celle du théodolite.

◆ Travaux de précision courante

Pour plus de rapidité d'exécution, il est possible d'effectuer des mesures à une séquence (une seule position de lunette), avec fermeture pour validation. Dans ce cas, le modèle d'erreur calculé par le tachéomètre doit correspondre au plus près avec le modèle d'erreur réel de l'instrument. Il est donc nécessaire d'effectuer la calibration de ces erreurs avant les mesures (inclinomètre, collimation, tourbillonnement) sous peine de dégrader la mesure par un modèle d'erreur trop approché.